



PREPAVOGT

Ingénieur BCPST

B.P. : 765 Yaoundé
Tél. : 222 31 77 63
Site : www.prepavogt.org



Yaoundé, le 19 juillet 2018

CYCLE INGENIEUR AGRONOMIE

ENVIRONNEMENT GEOLOGIE

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE C, D, E, F, TI, et GCE/AL

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 2 HEURES

EXERCICE 1 (07 POINTS)

1. Donner l'écriture simplifiée des nombres : 1,00pt

$$A = \ln\left(\frac{25}{4}\right) + \ln(10) + \ln(8) - 2\ln(5)$$

$$B = \ln\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation et l'inéquation suivantes :

(E) : $\ln(x+2) + \ln(x-3) = \ln(6)$ 0,75pt

(I) : $1 + 2\ln(x) < \ln(4x)$ 0,75pt

3. On donne le polynôme complexe P défini par : $P(z) = z^3 - 2(1+2i)z^2 + 7iz + 3 - 9i$.

- a. Un des trois nombres complexes suivants est une racine de P : $-2i$, $3i$ et $-3i$, dire lequel ? 0,50pt

- b. Si z_0 est l'une des trois racines de la question a), déterminer le polynôme complexe Q tel que $P(z) = (z - z_0)Q(z)$. 1,00pt

- c. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$. 1,50pt

4.

- a. Déterminer la nature et les caractéristiques de la transformation du plan Ψ d'écriture complexe $z' = \frac{3+i\sqrt{3}}{2}z + \frac{3-i\sqrt{3}}{2}$. 1,50pt

- b. Quelle est l'image par Ψ du cercle (E) de centre A d'affixe $z_A = i\sqrt{3}$ et de rayon $\sqrt{3}$. 0,50pt

EXERCICE 2 (04 POINTS)

Dans une savonnerie, on choisit 8 séances de production d'une marque de savon de toilette au cours desquelles on a relevé le nombre de morceaux de savon et la masse en grammes d'une essence entrant dans la composition de ce savon. Les résultats consignés dans un tableau sont les suivants :

Masse de l'essence (x_i) en gramme	18	23	30	45	50	68	78	100
Nombre de morceaux de savons (y_i)	84	100	128	180	192	260	292	380

Le plan est muni d'un repère orthogonal, on prendra 1 cm pour 10 g et 1 cm pour 50 savons.

1. Construire le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) associé à cette série double. **1,00pt**
2. Calculer les coordonnées du point moyen du nuage de cette distribution et le placer. **1,00pt**
3. Déterminer la droite d'ajustement par la méthode de MAYER et la construire. **1,00pt**
4. Donner une estimation de la masse d'essence qu'il faudra utiliser pour produire 500 morceaux de savon. **1,00pt**

PROBLEME (09 POINTS)

La fonction f est définie sur $D =]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+\ln x}{x^2}$. (C) est sa courbe dans un repère orthonormé ayant 2 cm pour unité.

Partie A.

La fonction g est définie dans D par : $g(x) = 1 - x - 2\ln x$.

1. Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variation de g . **1,50pt**
2. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . **0,50pt**

Partie B.

1. Calculer la limite de f à droite de 0. **0,50pt**
2. a)- Vérifier que pour tout réel x de D : $f(x) = \frac{1}{x} \left(1 + \frac{\ln x}{x}\right)$. **0,50pt**
b)- Calculer la limite de f en $+\infty$. **0,50pt**
3. a)- Montrer pour tout réel x de D que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$. **0,50pt**
b)- En déduire les variations de f . **0,75pt**
4. a)- Étudier les branches infinies de (C) . **0,75pt**
b)- Tracer (C) . **0,50pt**

Partie C.

1. a)- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution α telle que : $0.5 < \alpha < 0.6$ **0,50pt**
b)- En déduire que $\ln \alpha = -\alpha$. **0,50pt**
2. a)- Démontrer que f est une bijection de $I = [1, +\infty[$ vers un intervalle J à préciser. **1 pt)**
b)- Dresser le tableau de variation de f^{-1} . **1 pt)**
c)- Tracer en pointillés la courbe (C') de f^{-1} . **0,50pt**