PREPAVOGT
B.P. : 765 Yaoundé
Tél. : 22 01 63 72 / 96 16 46 86
E-mail. : prepavogt@yahoo.fr
www.prepavogt.com

Yaoundé le 26 Juillet 2008

CONCOURS D'ADMISSION
SERIE C

EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 3 HEURES

EXERCICE 1/ 5pts

A) Soit $\mathcal{P}$ le plan affine euclidien rapporté au repère orthonormé (O ; I, J).

On considère l'application g de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = i(z^3 - z^2)$. On note $\mathcal{H}$ l'ensemble des points M du plan tels que les points O, M et M' soient alignés.

1) Déterminer g (O) et déduire que $O \in \mathcal{H}$. **0,5pt**
2) Montrer que pour tout point $M(z) \neq O$, $M \in \mathcal{H} \Leftrightarrow i(z^2 - z) \in IR$. **1pt**
3) En utilisant la deuxième question, montrer que $\mathcal{H}$ est la réunion de deux courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ symétriques par rapport à l'axe (OI). On donnera les équations cartésiennes de $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ dans le repère (O ; I, J). **1,5pt**

B) Soit D l'ensemble des diviseurs positifs de 152.

1) Déterminer l'ensemble D. **1pt**
2) En déduire l'ensemble des valeurs de l'entier naturel a pour lesquelles l'équation $n^2 - an - 152 = 0$ d'inconnue n admet des solutions dans IN. **1pt**

EXERCICE 2/ 4pts

Le but de l'exercice est de calculer la somme suivante :

$$S = \mathrm{Sin}^2\left(\frac{2\pi}{17}\right) + \mathrm{Sin}^2\left(\frac{4\pi}{17}\right) + \mathrm{Sin}^2\left(\frac{6\pi}{17}\right) + \ldots + \mathrm{Sin}^2\left(\frac{16\pi}{17}\right).$$

On pose:

$$A = 1 + \mathrm{Cos}\left(\frac{2\pi}{17}\right) + \mathrm{Cos}\left(\frac{4\pi}{17}\right) + \ldots + \mathrm{Cos}\left(\frac{16\pi}{17}\right) \;;$$

$$B = \mathrm{Sin}\left(\frac{2\pi}{17}\right) + \mathrm{Sin}\left(\frac{4\pi}{17}\right) + \ldots + \mathrm{Sin}\left(\frac{16\pi}{17}\right)$$

$$T = A + iB.$$

1) Montrer que T est la somme des termes d'une suite géométrique et que

$$T = \frac{\mathrm{Sin}\left(\frac{9\pi}{17}\right)}{\mathrm{Sin}\left(\frac{\pi}{17}\right)} e^{i\left(\frac{8\pi}{17}\right)}$$ **1,5pt**

2) Déduire les valeurs exactes de A et B. **1pt**
3) Montrer que $S = \frac{1}{2}(9 - A)$ et déduire la valeur exacte de S. **1,5pt**