

# PREPAVOGT

B.P. : 765 Yaoundé

Tél. : 22 01 63 72 / 96 16 46 86

E-mail. : [prepavogt@yahoo.fr](mailto:prepavogt@yahoo.fr)

[www.prepavogt.org](http://www.prepavogt.org)



Yaoundé le 26 Juillet 2011

## CONCOURS D'ADMISSION SERIE D, E, F, CI, GCEA/L

## EPREUVE DE MATHÉMATIQUES DURÉE : 3 HEURES

### EXERCICE 1 (2.5 POINTS) :

Soient  $a$  un réel,  $(U_n)$  et  $(V_n)$  deux suites définies par :  $U_0 = 400$  et pour tout entier naturel  $n$ ,

$$U_{n+1} = 0,8.U_n + 50 \text{ et } V_n = U_n + a.$$

1) Calculer  $U_1$  et  $U_2$ .

**0,50pt**

2) Déterminer  $a$  pour que  $(V_n)$  soit une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

**1.00pt**

3) On suppose que  $a = -250$ .

Exprimer  $V_n$  et  $U_n$  en fonction de  $n$ .

**1.00pt**

### EXERCICE 2 (6 POINTS) :

1) On donne trois nombres complexes  $z_0 = -\sqrt{3} + i$ ;  $z_1 = 3 + 2i$  et  $z_2 = 7 - 2i$ .

Les points A, B et C sont les points d'affixes  $z_0$ ,  $z_1$  et  $z_2$  dans le plan complexe  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1) a) Calculer le module et un argument de  $z_0$ .

**0,50pt**

b) Déterminer les racines carrées de  $z_0$  de deux manières différentes.

**1.00pt**

c) En déduire de la question précédente les valeurs de  $\cos \frac{5\pi}{12}$  et  $\sin \frac{5\pi}{12}$ .

**0,50pt**

d) Placer les points A, B et C dans le plan complexe.

**0,75pt**

e) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe  $z$  tels que :

$$|z - z_1| = |z - z_2| \text{ et } |z - z_1| = |z_0|$$

**1.00pt**

2) Soit  $f$  l'application du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe  $z$  associe le point M' d'affixe  $z'$  telle que :  $z' = iz + 1 - i$ .

a) Déterminer la nature et les caractéristiques de  $f$ .

**0,75pt**

b) Déterminer les affixes des images des points A, B et C par  $f$  et construire les points images de A, B et C par  $f$ .

**1.50pt**

### **EXERCICE 3 (6.5 POINTS) :**

Partie A :

On considère les intégrales  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x (\cos x)^2 dx$  ;  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x (\sin x)^2 dx$  et  $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$

- 1) En utilisant une intégration par parties, calculer K. **1,00pt**
- 2) a) Calculer I + J. **1,00pt**  
b) Vérifier que I – J = K. **0,50pt**
- 3) En déduire les valeurs de I et J. **1,00pt**

Partie B :

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

**1,50pt**

$$(I0) : 2x^2 + 7x - 15 \leq 0$$

$$(I1) : 2(\ln x)^2 + 7\ln x - 15 \leq 0$$

$$(I2) : 2e^{2x} + 7e^x - 15 \leq 0$$

### **EXERCICE 4 (5 POINTS) :**

Partie A :

- 1) Résoudre l'équation différentielle :  $y'' - 4y' + 4y = 0$ . **1,00pt**
- 2) Déterminer la solution  $\varphi$  de cette équation, définie sur  $\mathbb{R}$  et qui vérifie les conditions :  
 $\varphi(0) = 0$  et  $\varphi'(0) = -e$ . **1,00pt**

Partie B :

On considère la fonction f définie par :  $f(x) = -x.e^{2x+1}$  et  $C_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , unité 2 cm sur les axes.

- 1) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **1,50pt**
- 2) Montrer que la restriction k de f à l'intervalle  $]-\infty ; -\frac{1}{2}]$  est une bijection de  $]-\infty ; -\frac{1}{2}]$  vers un intervalle J que l'on précisera. **1,00pt**
- 3) Tracer la courbe  $C_f$  de f. **0,50pt**

Fin de l'épreuve