

PREPAVOGT

B.P. : 765 Yaoundé

Tél. : 22 01 63 72 / 96 16 46 86

E-mail. : prepavogt@yahoo.fr

www.prepavogt.org



Yaoundé le 22 Juillet 2013

CYCLE INGENIEUR

**CONCOURS D'ADMISSION
SESSION DE JUILLET
SERIE D, E, F, GCEA/L**

**EPREUVE DE MATHEMATIQUES
DUREE : 3 HEURES**

EXERCICE 1 (3 POINTS)

(u_n) est une suite numérique définie par son premier terme u_0 et par la relation de récurrence $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$ pour tout entier naturel n .

- 1) Pour $u_0 = 3$, montrer que la suite (u_n) est constante. **0,50pt**
- 2) On suppose que $u_0 \neq 3$. Soit a un nombre réel. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n + a$.
Montrer qu'il existe une valeur de a pour laquelle (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$. **0,50pt**
- 3) On suppose dans la suite de l'exercice que $a = -3$. Exprimer v_n et u_n en fonction de u_0 et de n , puis en déduire que (u_n) est convergente et calculer sa limite. **1,00pt**
- 4) Calculer la somme $S_n = \sum_{i=0}^n u_i$, puis la limite de la suite $\left(\frac{S_n}{n}\right)$. **1,00pt**

PROBLEME (8 POINTS)

N.B. : Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$

- 1) Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$. **0,50pt**
- 2) Etudier la variation de g et dresser son tableau de variation. **1,00pt**
- 3) Calculer $g(1)$, puis donner le signe de $g(x)$. **0,75pt**

Partie B

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $h(x) = -\frac{x}{2} + 1 + \frac{\ln x}{2x}$

- 1) Calculer les limites de h en 0 et en $+\infty$. **0,50pt**
- 2) Démontrer que $h'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ et dresser le tableau de variation de h . **1,00pt**
- 3) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -\frac{x}{2} + 1$ est asymptote à la courbe de h . **0,50pt**
- 4) Donner la position relative de la droite (D) par rapport à la courbe de h . **0,75pt**
- 5) Construire la courbe de h dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) où l'unité sur les axes est de 2 cm. **1,50pt**
- 6) Calculer en centimètre carré l'aire de la partie comprise entre la courbe de h , la droite (D) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$. **1,50pt**

EXERCICE 2 (5 POINTS)

Partie A

On considère l'équation (E) : $z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = 0$ où z désigne un nombre complexe.

- 1) Montrer que (E) admet une unique solution réelle, notée z_1 . **0,50pt**
- 2) Déterminer les deux nombres complexes a et b tels que, pour tout nombre complexe z , on ait :
$$z^3 - (4 + i)z^2 + (7 + i)z - 4 = (z - z_1)(z - 2 - 2i)(az + b).$$
 1,00pt
- 3) Résoudre (E). **0,50pt**

Partie B

Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les trois points A, B et C d'affixes respectives : 1 ; $2 + 2i$ et $1 - i$.

- 1) Placer les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$. **0,50pt**
- 2) Déterminer le module et un argument du complexe $\frac{2+2i}{1-i}$. **0,50pt**
- 3) En déduire, en justifiant, la nature du triangle OBC. **0,50pt**
- 4) Soit D, l'image de O par la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et de centre C. Déterminer l'affixe du point D. **1,00pt**
- 5) Quelle est la nature de (OCDB) ? **0,50pt**

EXERCICE 3 (4 POINTS)

Le personnel d'un très grand hôpital est réparti en trois catégories :

les médecins, les soignants (non-médecins) et le personnel AT (administratifs ou techniques).

12% des personnels sont des médecins et 71% sont des soignants.

67% des médecins sont des hommes et 92% des soignants sont des femmes.

1) On interroge au hasard un membre du personnel de cet hôpital.

1) a) Quelle est la probabilité d'interroger un femme soignante ? **1,00pt**

1) b) Quelle est la probabilité d'interroger une femme médecin ? **1,00pt**

1) c) Quelle est la probabilité d'interroger un personnel AT ? **1,00pt**

2) Une entreprise souhaite envoyer un courrier publicitaire à 40 personnes qui travaillent dans cet hôpital. Elle a la liste du personnel, mais ne connaît pas la fonction de chacun. Elle choisit au hasard 40 noms de la liste (en raison de la taille de la population, on considère qu'il s'agit de 40 tirages successifs avec remise). Quelle est la probabilité que, sur les 40 courriers envoyés, 10 exactement soient reçus par les médecins. **1,00pt**

Fin de l'épreuve