



Concours d'entrée en 1^{ère} année de Management & Finance

Rentrée 2016 - 2017

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

DURÉE: 2 heures 30 minutes

Nom _____

Code d'identification _____

Code d'identification _____

- Documents et calculatrices non autorisés
- L'épreuve est noté sur 20, elle comporte 3 parties : Logique et Raisonnement Mathématiques, Analyse et Problèmes.

1^{ère} Partie : Logique et Raisonnement Mathématiques (10 points)

Chacune des questions 1 à 15, seule une des quatre réponses proposées (A, B, C, D) est vraie. Le candidat indiquera laquelle des réponses proposées est vraie.

Pour les questions 1 à 15, choisissez la réponse qui vous semble la meilleure.

1. a et b sont de signes opposés. En posant $\frac{a^2}{a^2+b^2} = \frac{49}{74}$ combien vaut $\frac{a}{b}$? (0,5 point)

- A) $\frac{5}{7}$
- B) $-\frac{5}{7}$
- C) $-\frac{7}{5}$
- D) $\frac{7}{5}$

2. Si x et y sont deux entiers naturels, quelle expression est équivalente à $(2x)^{3y} - (2x)^y$? (0,5 point)

- A) $(2x)^y[4x^y - 1]$
- B) $(2x)^y[(2x)^{2y} - 1]$
- C) $2^y(x^{3y} - x^y)$
- D) $(2x)^{2y}$

3. Quelle est la fraction la plus proche du nombre irrationnel $0,252\ 525\ 252\ 525\dots$? (0,5 point)
- A) $\frac{25}{99}$
B) $\frac{25}{101}$
C) $\frac{25}{100}$
D) $\frac{11}{40}$
4. Un rectangle de 5 sur 12 est inscrit dans un cercle. Quelle est la circonférence de ce cercle ? (0,5 point)
- A) 16π
B) 15π
C) 14π
D) 13π
5. On considère une cuve d'une contenance de 24 litres remplie au huitième. Ruben dispose d'une bouteille pouvant contenir 72 cl. Combien de fois Ruben devra-t-il remplir la bouteille pour que la cuve soit pleine ? (0,5 point)
- A) 28
B) 29
C) 30
D) 31
6. Un nombre est composé de 3 241 chiffres. Le produit de ses chiffres vaut 15. Combien vaut la somme de ses chiffres ? (0,5 point)
- A) 15
B) 3 241
C) 3 247
D) 3 254
7. On partage un héritage entre dix enfants de la façon suivante : $\frac{1}{2}$ pour Jules, $\frac{1}{4}$ pour Fleur, $\frac{1}{8}$ pour Chloé, $\frac{1}{16}$ pour Lorenzo et ainsi de suite jusqu'au neuvième. Martin le dixième enfant aura ce qu'il reste. Quelle proportion de l'héritage lui reviendra-t-il ? (0,5 point)
- A) $\frac{1}{1\ 024}$
B) $\frac{1}{512}$
C) $\frac{1}{256}$
D) $\frac{1}{128}$
8. On considère un troupeau composé exclusivement de chameaux (ayant 2 bosses), et de dromadaires (ayant 1 bosse). On dénombre 88 animaux et 139 bosses. Combien y a-t-il de chameaux? (0,5 point)
- A) 27
B) 37
C) 41
D) 51

9. 12 pommes coûtent autant que 10 bananes ; 20 bananes ont le même prix que 24 citrons ; 3 citrons coûtent autant que 2 pastèques ; 6 pastèques autant que 30 mangues. Quelle quantité de mangues aurons-nous avec 6 pommes ? (0,5 point)
- A) 20
 - B) 16
 - C) 12
 - D) 8
10. Si Z vaut 120% de Y et que X vaut 50% de Y, alors ... (0,5 point)
- A) X vaut 54% de Z
 - B) X vaut 42% de Z
 - C) X vaut 39% de Z
 - D) X vaut 33% de Z
11. Un rectangle a pour aire 180 cm^2 et pour périmètre 54 cm. Combien mesure la largeur de ce rectangle ?
- A) 9
 - B) 10
 - C) 12
 - D) 15
12. Une classe comporte autant de garçon que de filles. Au Bac blanc de SVT, la moyenne de la classe était de 13,5. La moyenne des garçons est inférieure de 20% à celle des filles. Quelle est la moyenne des filles ? (0,5 point)
- A) 15
 - B) 14,5
 - C) 14
 - D) 13
13. Il est 17 h 10. Quel est l'angle en degré formé par la grande et la petite aiguille ? (0,5 point)
- A) 85°
 - B) 90°
 - C) 95°
 - D) 100°
14. On considère le calcul $AB \times CD = 850$. On sait que B, D, C, A, sont dans cet ordre, des entiers consécutifs décroissants. Que vaut C ? (0,5 point)
- A) 2
 - B) 3
 - C) 4
 - D) 5

15. On considère deux nombre à deux chiffres : $2m$ et $m1$ où m est un chiffre. On sait de plus que $2m \times m1 = 71m$. Quelle est la valeur de m ? (0,5 point)

- A) 6
- B) 5
- C) 4
- D) 3

Pour toutes les questions suivantes, dans les exercices et problèmes, chaque exercice est composé de quatre propositions pour lesquelles le candidat doit indiquer si elles sont vraies ou fausses. Le candidat indiquera pour chacune des propositions si elle est vraie ou fausse.

Exercice 1 (0,5 point):

Sur une table ronde, sont assises sept personnes. Chacune d'elles déclare : « mes deux voisins sont des menteurs ». Cette déclaration nous permet de conclure que :

- A-) les sept sont des menteurs.
- B-) chacun des sept est assis entre deux menteurs.
- C-) il y a exactement 4 menteurs à cette table.
- D-) trois des sept personnes disent la vérité

Exercice 2 (0,5 point):

MATALA en mourant laisse un testament dans lequel l'utilisation totale de son capital décès est bien définie. A savoir : $\frac{1}{3}$ pour sa tombe, le quart du reste pour son cercueil et son habillage, puis les $\frac{3}{4}$ de ce nouveau reste pour la collation et le dernier reste, soit une somme de 282.500 pour les funérailles. De toutes ces informations on constate que :

- A- On a utilisé trop d'argent pour la tombe seule au vu du montant supérieur à 700.000F
- B- La collation a coûté 812.000F et la tombe 720.000F.
- C- Soit x le montant total de ce capital décès, alors x est solution de l'équation : $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8} + 282500\right) x = x$
- D- Soit C ce capital décès, alors C est solution de l'équation : $\frac{2}{3}C + C = 3.600.000$

Exercice 3 (0,75 points):

Lors de sa sortie, un journal a vendu 30000 exemplaires. Suite au succès d'estime du premier numéro, le directeur prévoit que, lors des 14 jours suivants, les ventes progressent chaque jour de 5%. Alors de ces informations, on peut conclure que :

- A- La suite des ventes (V_n) est géométrique de raison $q=0,05$.
- B- Soit V_n la vente au $n^{\text{ième}}$ jour, alors $V_{15} = 3000 \times (1,05)^{14}$ représente la vente au 15^e jour.
- C- Le chiffre des ventes estimées pour les 15 jours est de 647357 exemplaires.

D- La population de la ville concernée étant de 2.258.964 habitants. Alors chacun pourrait être servi au 32^e jour.

Exercice 4 (0,75 points):

Un jeu consiste à lancer un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On a deux chances sur trois de voir une face avec un numéro pair. Toutes les faces avec des numéros impairs ont la même chance d'apparaître. De ces informations, on peut retenir que :

- A- Comme $P(1) = P(3) = P(5)$, alors $P(1) = \frac{1}{3}$
- B- La probabilité d'obtenir le 2 est $P(2) = \frac{2}{9}$
- C- Si toutes les faces « pairs » étaient équiprobables, alors la probabilité d'obtenir le 2 ou le 4 serait $P = \frac{4}{9}$
- D- Il est plus probable d'avoir « le 1 ou le 6 » que d'avoir « le 2 ou le 3 »

2^{ème} Partie : Analyse (4 points)

Pour toutes les questions suivantes, dans les exercices et problèmes, chaque exercice est composé de quatre propositions pour lesquelles le candidat doit indiquer si elles sont vraies ou fausses. Le candidat indiquera pour chacune des propositions si elle est vraie ou fausse.

Exercice 1 (2 points):

Soit h la fonction définie par $h(x) = 4 + x - \ln(x^2 - 4)$ et (C_h) sa courbe représentative. On peut conclure que :

- A- h est définie sur l'intervalle $]2; +\infty[$ et $h'(x) = \frac{x^2 - 2x - 4}{x^2 - 4}$
- B- $h'(x) = 0$ admet une seule solution
- C- La fonction h admet un seul extremum relatif atteint en $x_0 = 1 + \sqrt{5}$
- D- La fonction h est croissante sur $] -\infty; -2[\cup]1 + \sqrt{5}; +\infty[$

Exercice 2 (2 points) :

Soit h la fonction définie par le tableau de variation ci-dessous, alors on peut tirer les informations suivantes :

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$h(x)$	$1 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 2 \searrow -\infty$	

A – L'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dans \mathbb{R}

B - La courbe de f admet au moins deux asymptotes

C- L'équation $f'(x) = 0$ admet au moins une solution dans \mathbb{R}

D – Pour tout $x \in]1; +\infty[$, $f'(x) \leq 0$

3^{ème} Partie : Problèmes (6 points)

Pour toutes les questions suivantes, dans les exercices et problèmes, chaque exercice est composé de quatre propositions pour lesquelles le candidat doit indiquer si elles sont vraies ou fausses. Le candidat indiquera pour chacune des propositions si elle est vraie ou fausse.

Exercice 1 (2 points) :

Le coût de production (en milliers de francs), de x (en centaines) appareils fabriqués par une entreprise est donné par la fonction C , définie par : $C(x) = 3x + 25 + e^{3-0,1x}$. Le coût moyen de production arrondi au franc près d'un appareil est : $C_M = \frac{10C(x)}{x}$. chaque appareil est vendu à 20.000F. Mais en raison des défauts de fabrication et de distribution, seulement 95% des appareils fabriqués sont effectivement vendus.

A- $C'(x) = 3 - \frac{1}{10} e^{\frac{30-x}{10}}$ et s'annule en $x = 30 - 10 \ln 30$

B- Le bénéfice $B(x)$ (en milliers de francs) est donné par $B(x) = 16x - 25 - e^{3-0,1x}$

C- La fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[0; 10]$

D- Le bénéfice (en milliers de francs) obtenu sur la vente de 1000 appareils est $B \geq 127$

Exercice 2 (2 points):

Dans une entreprise, le salaire mensuel des employés est 704000, celui des techniciens est le double de celui des employés, enfin celui des cadres est 2.112.000. La masse salariale mensuelle de cette entreprise est de 38.016.000, pour un salaire mensuel moyen de 864000. Pour des raisons économiques, la direction doit diminuer la masse salariale de 2%. Cette diminution se répartit alors de la façon suivante : une baisse de 1% sur le salaire des employés, de 3% sur celui des techniciens et de 6% sur celui des cadres. De toutes ces informations, on retient que :

A- Il y a 44 salariés au total.

B- Soit a , b et c le nombre d'employés, de techniciens et de cadres respectivement. Alors (a, b, c) est le triplet

$$\text{solution du système : } \begin{cases} a + b + c = 44 \\ a + 2b + 3c = 54 \\ a + 6b + 18c = 108 \end{cases}$$

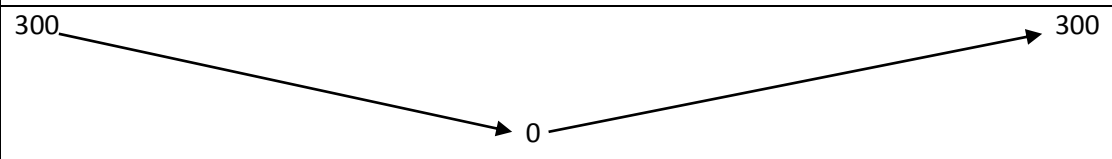
C- L'entreprise compte 38 employés, 2 techniciens et 4 cadres.

D- Après la baisse des salaires, le salaire moyen est passé de 864.000 à 646.400.

Exercice 3 (2 points):

Le coût marginal de production de q articles, $q \in]0; 20[$, noté $C'(q)$ est donné par le tableau de variation ci-dessous. On rappelle que le coût marginal est la dérivée du coût total noté $C(q)$ et $C(1) = 371$.

q	0	10	20
$C''(q)$	-	0	+
$C'(q)$	300	0	300



- A- Le coût marginal est optimal pour une production de 10 articles
- B- Le coût total est maximal pour une production de 10 articles
- C- Le coût marginal est donné par la relation $C'(q) = 3q^2 - 60q + 300$ et le coût total par

$$C(q) = q^3 - 30q^2 + 300q + 100.$$

- D- On note $V(q) = 84q$, le prix de vente de q articles et $B(q) = V(q) - C(q)$ le bénéfice réalisé, alors ce bénéfice est meilleur sur l'intervalle $]12; 18[$.